**GeoGebra, risanje v 3D**

**GeoGebra, drawing in 3D**

**Urban Celarc**

[**urban.celarc@student.fmf.uni-lj.si**](mailto:urban.celarc@student.fmf.uni-lj.si)

**Povzetek**

V prispevku bom opisal program GeoGebra. In sicer sklop 3D. Pogledali si bomo kratko zgodovino razvoja GeoGebre in kje vse jo lahko uporabljamo. Na kratko bom opisal nekaj osnovnih orodij za uporabo in pomoč pri risanju. Ogledali si bomo tudi različne načine ogleda narisanega objekta ter si na primeru vrtenja zemlje pogledali praktičnost programa.

**Ključne besede**

GeoGebra, 3D, risanje v prostoru, vrtenje zemlje

**Abstract**

In the paper it will be shortly decribed the program GeoGebra in terms of 3D . Additionally short history of development GeoGebra will be described and where it can be used. In short there will be described some basic tools for use and help at drawing. Subsequently we will also see different ways of view of described object and on the case of rotation of the earth see the practicallity of the program.

**Key words**

GeoGebra, 3D, drawing in the space, rotation of the earth.

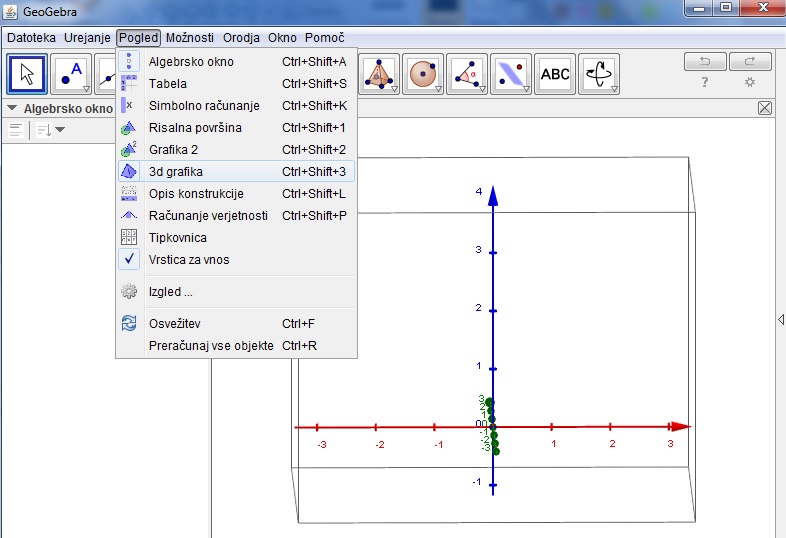
**Uvod**

Za risanje grafov v prostoru sem se odločil zato, ker sem bolj vizualni tip človeka. Stvari si prej zapomnim in bolje razumem, če jih vidim. Če stvar lahko pogledam iz vseh kotov in smeri, jo obračam, povečam, … Letos smo pri matematiki obravnavali in bolj podrobno pogledali funkcije drugega reda in funkcije večih spremenljivk. Nekatere funkcije se da prav lepo narisati v tri dimenzionalnem prostoru. Tudi zaradi tega sem se odločil za ta program. Zdi se mi tudi, da pri reševanju nalog premalo uporabljamo računalniške programe, kot pomoč pri razumevanju snovi. Zakaj sem se odločil ravno za GeoGebro. Za ta program sem se odločil zaradi preprostega razloga. Ker smo ga obravnavali že na fakulteti in imamo že določeno predznanje pri uporabi. Večina poslušalcev predstavitve imajo program že naloženega na domačih računalnikih in tako si bodo doma prej pogledali kakšen primer, ki jih je pritegnil na predstavitvi.

**Osrednji del**

**GeoGebra**

Program GeoGebra je napisal Markus Howenwarter leta 2001 v Salzburgu. Napisal ga je kot magistrsko nalogo v pomoč učiteljem in učencem pri pouku matematike. Ker je videl, da se ljudje zanimajo za njegov program, pa je njegov razvoj nadaljeval na državni univerzi na Floridi. In kasneje še na univerzi v Linzu. Program je prosto dostopen na spletu oz. na njihovi spletni strani 'www.geogebra.org'. Deluje na operacijskih sistemih : Windows, Mac OS X in Linux. Izdelali so tudi verzijo za tablične računalnike. Dobiš jo na Windows store, App store in Google play. Verzija za pametne telefone pa naj bi prišla kmalu. Na spletu lahko dobimo verzijo 4.4 in 5.0. Če želimo imeti 3D pogled, si moramo prenesti verzijo 5.0.



Slika 1.0 – Izbira pogledov

Risanje v 3D pogledu lahko izberemo že na začetku. Ko program zaženemo, nas program namreč vpraša, s katerim orodjem želimo risati. 3D pogled si lahko izberemo tudi kasneje med možnostmi '*Pogled*' (Slika 1.0). Na platno, lahko rišemo na dva načina. Prvi je ta, da primeren ukaz napišemo v vnosno vrstico, ki je na začetku na dnu okna. Položaj vnosne vrstice lahko tudi spremenimo. V vnosno vrstico lahko vpišemo funkcije kot je *'x+y'* in program nam nariše ravnino *'x+y'*. V vnosno vrstico lahko pišemo tudi razne ukaze. Seznam ukazov pa si lahko pogledamo, ko kliknemo na gumb *'pomoč pri vnosu'*. Ko vpišeš določen ukaz v vrstico, ti program že sam poda, kaj vse moraš napisat v ukaz, da bo ukaz pravilno napisan. Če si se zmotil ti program javi napako, zraven pa doda še možnost, da si preko spleta še bolj podrobno pogledaš določen ukaz in tako pogledaš, kje je prišlo do napake.

Drugi način risanja je z klikanjem direktno na platno. Pri 3D risanju se na platno riše tako, da s prvim klikom določiš položaj točke na XY ravnini. Z drugim klikom pa določiš 'višino' točke oz še Z koordinato.

V 3D prostor lahko narišemo vse, kar smo lahko narisali na ravnini. Na novo bomo sedaj lahko narisali tri dimenzionalne vektorje, telesa, ravnine, funkcije dveh spremenljivk, … Od teles lahko narišemo: kocko, piramido, valj, stožec, krogle oz. sfere, tetraeder, mnogokotnik, … Med orodji imamo tudi to možnost, da pogledamo mrežo telesa, ki smo ga narisali.

**Orodna vrstica**

****

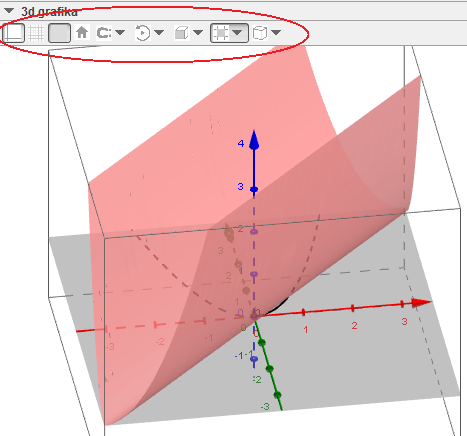
Slika 2.0 – Orodna vrstica v 3D pogledu

Orodna vrstica v 3D pogledu je zelo podobna tisti iz 2D vendar ima še dodane ukaze, katere potrebujemo v prostoru. Dodane imamo ukaze, ki jih potrebujemo ko delamo z ravninami. To so ukazi: pravokotnica na ravnino, vzporednica na ravnino, vzporedna in pravokotna ravnina, ravnina skozi tri točke, zrcaljenje točke, premice, objekta čez ravnino.

Dodan je tudi ukaz 'presečišče dveh ploskev'. Z njem pogledaš presečišče dveh teles, ki jih predhodno narišeš. Naslednje orodje, ki je na novo je orodje za risanje nekaterih najbolj pogostih teles, kot so piramida, prizma, stožec, valj, pravilni tetraeder, kocka. Pri tem ukazu je dodan tudi ukaz 'razširi v piramido ali stožec' in 'razširi v prizmo ali valj' ter ukaz 'mreža', ki ti nariše mrežo telesa. Z klikanjem na ukaze lahko narišemo tudi sfero ali kroglo. Narišemo jo lahko na dva načina, tako da podamo središče in točko ali pa da podamo središče in polmer. Pod orodji z koti je na novo ukaz za izračun prostornine. Nekaj novih ukazov najdemo tudi pod zadnjim orodjem, ki skrbi za naš pogled na platno.

Prvi način premikanja po platnu je, da se vrtimo okoli točke. Ko kliknemo na miško določimo točko okoli katere se bomo z premikanjem miške vrteli. Drugi način je enak kot pri 2D pogledu, vendar moramo podobno kot pri nizanju točk za spremembo v 'z' smeri klikniti dvakrat. Kar je na novo je tudi ukaz 'poglej objekt'. S tem orodjem lahko z puščico določiš s katere strani bi radi pogledali objekt.

**3D pogled**

  
 Slika 3.0 – Orodja za pogled

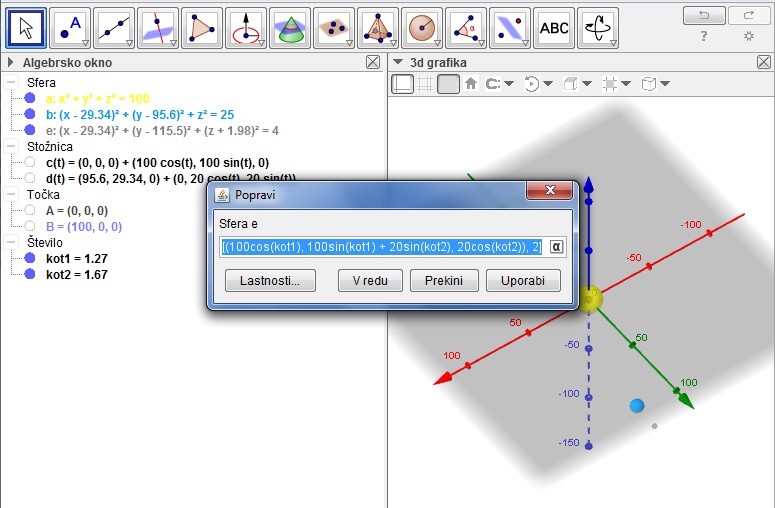
Objekt, ki ga narišemo v GeoGebri, lahko pogledamo na več različnih načinov. Več načinov za pogled objekta dobimo, ko kliknemo na gumb zraven napisa *'3D grafika'* (na sliki označeno z puščico). Ko kliknemo na ta gumb, se nam pokaže vrstica z orodji za pogled (obkroženo z rdečo). Prva tri orodja sta za risanje koordinatnih osi, xy ravnino iz za mrežo na ravnini. Četrto orodje z ikono hiše je za osnovni pogled. Če 'brskamo' po sliki in nas zanima prvotni pogled kliknemo nanj. Orodje z simbolom magneta se uporablja za različne načine označevanja točk. Potem imamo še orodje za vrtenje objekta okoli z-osi. Naslednje orodje (z simbolom kocke) se uporablja, ko želimo objekt pogledati z ene smeri. Vidimo objekt na ravnini (xy,xz ali yz). Zadnje orodje pa je meni najbolj zanimivo.. Izbiraš lahko med različnimi vrstami projekcije (paralelna, perspektivna, poševna ter pogled z 3-D očali). Dodatne pogoje, ki jih potrebuješ nastaviti kot so: oddaljenost opazovalca od zaslona, … lahko nastaviš v zahtevnejših nastavitvah (možnosti -> dodatno …).

**Primer: Vrtenje zemlje**

Sam sem ljubitelj vesolja in že kot otrok sem zelo rad bral razne članke o vesolju. Zato sem se odločil, da bom v prostoru narisal model vrtenja zemlje okoli sonca, ter lune okoli zemlje in sonca.

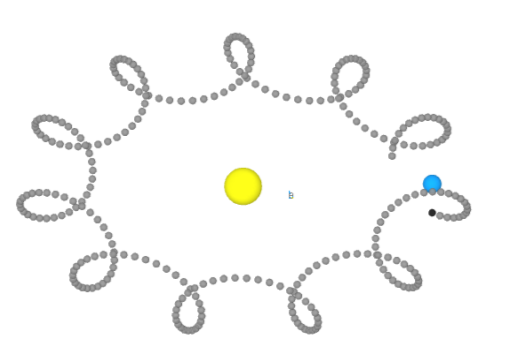
Najprej sem narisal našo najbližjo zvezdo Sonce z središčem v izhodišču koordinatnega sistema. Narisal sem jo z klikom na ukaz *'sfera z središčem in polmerom'*. Dodal sem ji polmer ter jo pobarval na rumeno. Potem sem narisal krožnico po kateri se bo premikala zemlja. Na enak način kot sonce sem narisal zemljo vendar z modro barvo ter manjšim polmerom.

Kako bomo sedaj dosegli, da se bo naša zemlja vrtela? Spreminjati bo treba središčno točko oz. središče naše zemlje. Spreminjali jo bomo tako, da bomo vpeljali polarne koordinate (sin, cos). In da se bo res premikala, potrebujemo neko spremenljivko, ki se nam bo spreminjala. Definiral sem jo pod imenom *'kot1'*. V lastnostih uredimo dodatne lastnosti, kot so minimalna vrednost, maksimalna, prirastek, hitrost, način spreminjanja, … Sedaj, ko smo si pripravili vse potrebno, spremenimo središčno točko zemlje. To storimo tako, da z dvojnim klikom kliknemo na sfero zemlje v algebrskem oknu. Iz točke B jo spremenimo v *(R\*cos(kot1),R\*sin(kot1),0)*, kjer je R polmer krožnice. Sedaj se bo naša zemlja vrtela, ko bomo spremenljivki *'kot1'* vključili animacijo, oz. ko bo tekla od 0 pa do 2Pi. Zanimivo je, da ko v okence, kjer določamo maksimalno in minimalno vrednost spremenljivke lahko vpisujemo konstante kot so 'Pi', 'e', … kar z črko in program sam prevede v število.



Slika 4.0 – spreminjanje središča sfere (lune)

Sedaj ko smo dosegli, da se zemlja vrti, lahko narišemo še luno, ki se bo vrtela okoli zemlje. Narišemo jo na enak način kot sonce in zemljo. Zopet spremenimo središčno točko sfere. Ker se luna vrti z svojo hitrostjo, bomo dodali še spremenljivko *'kot2'*. Pri spreminjanju središčne točke moramo biti pozorni tudi na to, da se luna vrti skupaj z zemljo, tako da moramo koordinati središčne točke zemlje prišteti še vrtenje lune (slika 4.0). Če želimo videti pot lune ali katerega koli drugega telesa, z desnim klikom kliknemo na sfero lune in vklopimo sled. (slika 5.0)



Slika 5.0 – Pot lune

**Zaključek**

Program mi je na splošno zelo všeč in ga bom v prihodnosti še uporabljal kot v pomoč pri učenju in predstavi matematičnih problemov. Menim, da bi lahko na faksu profesorji pri podajanju in razlagi nove snovi večkrat uporabljali ta program. Tako bi študentje hitreje razumeli snov in bili bolj motivirani k raziskovanju nove snovi. Všeč mi je tudi, ker je prosto dostopen in brezplačen. Na spletu sem našel tudi nekaj mnenj drugih uporabnikov. Na splošno jim je program všeč, predvsem zaradi dobrega pogleda in enostavnega obračanja slike. Všeč jim je tudi, kombinacija 2D pogleda in 3D, predvsem pa to, da so objekti narisani v obeh prostorih hkrati. Edina slaba lastnost, ki sem jo opazil pri programu je ta, da zavzame veliko spomina in posledično začne program in računalnik počasneje delovati. Počasnejše delovanje sem opazil, pri risanju sledi za objektom.

**Viri:**

Vse strani so bila nazadnje obiskane dne, 15. 4. 2015

1. <http://www.intmath.com/blog/mathematics/geogebra-math-software-a-review-10096>
2. <http://www.geogebra.org/>
3. <http://en.wikipedia.org/wiki/GeoGebra>